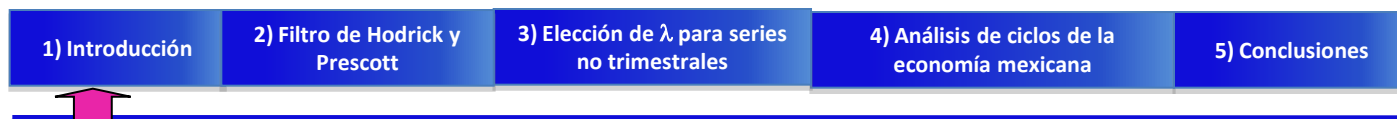

MEDICIÓN DE LA TENDENCIA Y EL CICLO DE UNA SERIE DE TIEMPO ECONÓMICA DESDE UNA PERSPECTIVA ESTADÍSTICA

Víctor M. Guerrero

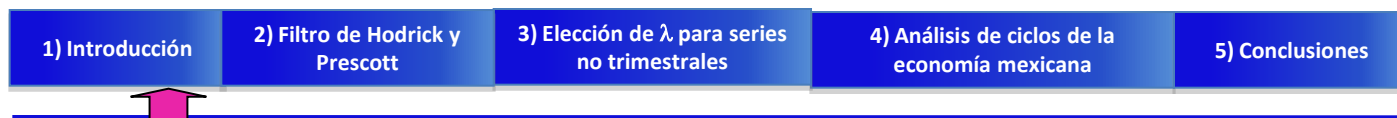
**Departamento de Estadística
Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM)**

Ciclos económicos



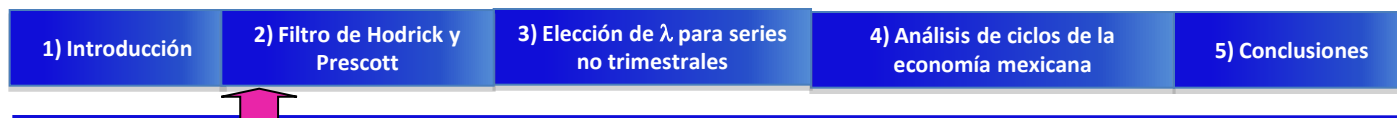
- La teoría de ciclos económicos puede enmarcarse dentro de la teoría de los ciclos de negocios, si se subrayan los aspectos económicos.
- Un ciclo consiste de expansiones, recesiones, contracciones y recuperaciones (Burns y Mitchell, 1946).
- En los 80's se inició el estudio de los ciclos reales de la economía.
- Surgió el filtro de Hodrick y Prescott (HP) para estimar:
la **tendencia**, i.e. la curva suave que indica el patrón de largo plazo de una serie de tiempo; y
el **ciclo**, como diferencia entre serie (desestacionalizada) y tendencia.
- El filtro HP depende de una constante, que determina la suavidad de la tendencia y que comúnmente se decide como un valor estándar, elegido por Hodrick y Prescott (1997) en forma *ad hoc* en su estudio.

Estimación de tendencia y ciclo



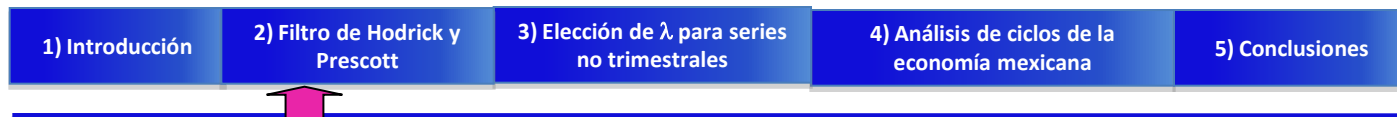
- La constante del filtro HP se propone que sea elegida de acuerdo con el método de Guerrero (2008), para que la tendencia tenga un **porcentaje de suavidad** elegido de antemano y se puedan comparar los resultados de distintas aplicaciones.
- El método para series trimestrales se puede extender a series con otras frecuencias de observación y se obtienen así constantes “equivalentes”, que producen los mismos porcentajes de suavidad.
- Se presenta una aplicación al análisis de ciclos, con series de la economía mexicana.
- El objetivo principal es ilustrar las implicaciones que conlleva el uso de distintos porcentajes de suavidad para la tendencia, en las conclusiones sobre los ciclos económicos.

Modelo de componentes no-observables



- El supuesto que subyace en el análisis de ciclos es que una serie de tiempo económica está compuesta por **elementos no-observables** directamente, cuya existencia se establece por teoría económica.
- La tendencia es un componente no-observable, que debe estimarse para obtener el componente cíclico. La manera más común de estimar la tendencia es con el filtro HP.
- Según la cronología de ciclos del NBER, el 90% de los ciclos no duran más de 8 años. Hodrick y Prescott fijaron la constante del filtro HP para limpiar la tendencia de fluctuaciones de tipo cíclico.
- Los detractores del filtro dicen que “puede generar ciclos espurios”.
- La idea de espurio no está bien definida (Maravall y del Río, 2007) pues un filtro sólo produce aquello para lo que fue diseñado.
- Aquí se pedirá que el filtro produzca un nivel deseado de suavidad.

Desarrollo del filtro HP



- El modelo de componentes no-observables es

$$y_t = \tau_t + \eta_t \text{ para } t = 1, \dots, N$$

con: y_t dato original, τ_t tendencia y η_t ciclo (no es de largo plazo).

+ Esta representación resume los “hechos estilizados” y puede no corresponder al verdadero proceso generador de los datos.

- El problema de estimación consiste en minimizar

$$M(\lambda) = F + \lambda S$$

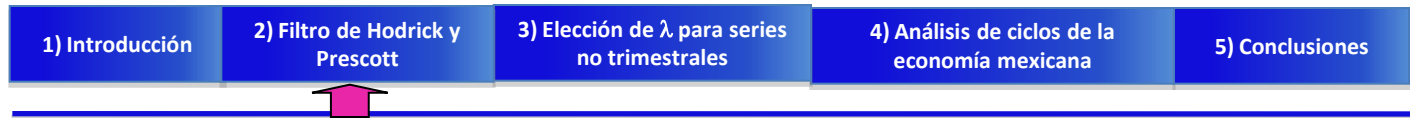
respecto a la tendencia, donde $\lambda > 0$,

$$F = \sum_{t=1}^N (y_t - \tau_t)^2 \quad \text{y} \quad S = \sum_{t=3}^N (\tau_t - 2\tau_{t-1} + \tau_{t-2})^2$$

- + Si $\lambda \rightarrow 0$, se enfatiza la **fidelidad** a los datos y si $\lambda \rightarrow \infty$ la **suavidad**

de la tendencia se maximiza (se vuelve una recta).

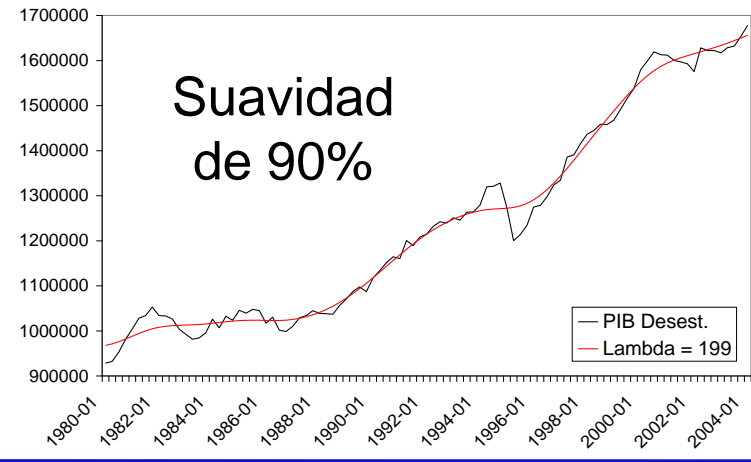
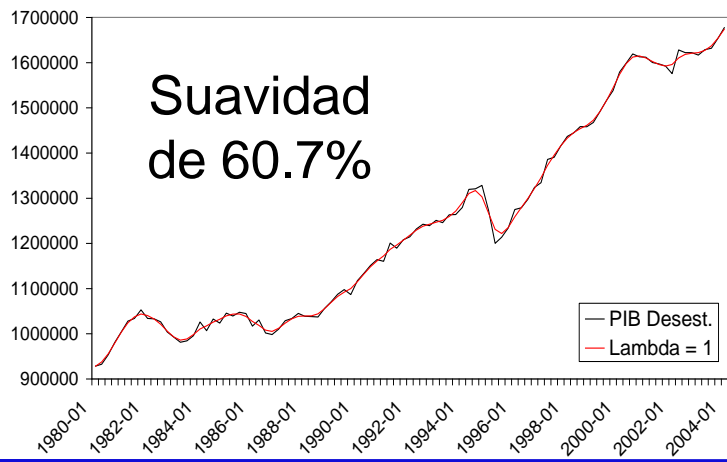
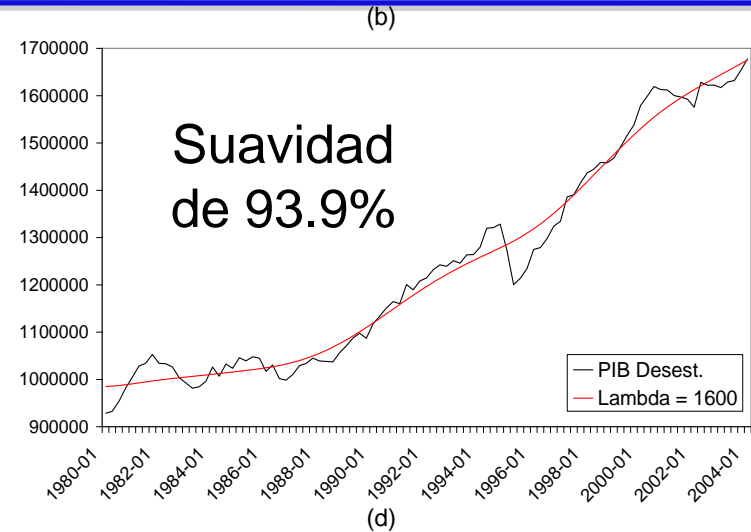
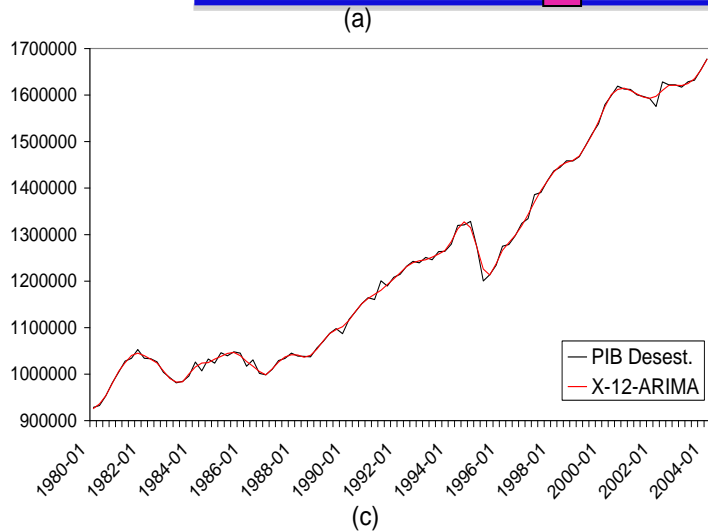
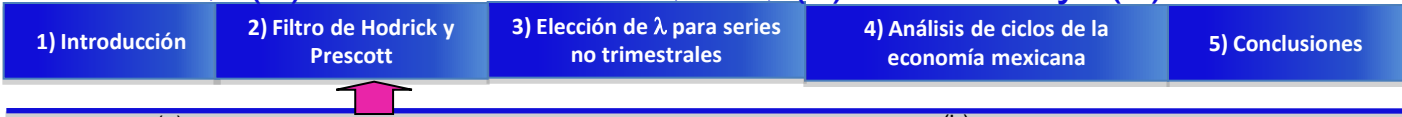
Solución al problema de estimación



- El problema se resuelve por álgebra matricial.
- La solución involucra la **constante de suavizamiento** λ , que debe ser estimada a partir de los datos o proporcionada por el usuario.
- El valor $\lambda=1,600$ fue usado por Hodrick y Prescott al analizar series macroeconómicas trimestrales de EEUU, del periodo 1950 a 1979.
- El cálculo numérico requiere invertir matrices de dimensión $N \times N$, por ello puede ser inestable e impreciso, si N es grande.
- Se prefiere usar el filtro de Kalman (produce los mismos resultados) que presupone un modelo con dos ecuaciones de comportamiento, una para y_t y otra que sirve para inducir suavidad en la tendencia.

PIB trimestral, desestacionalizado (con X-12-ARIMA).

(a) Opciones automáticas, (b) filtro HP con $\lambda=1,600$, (c) con $\lambda=1$ y (d) con $\lambda=199$.



Indice de suavidad

1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones

- Por Mínimos Cuadrados Generalizados se obtiene el estimador lineal óptimo (el ya conocido), con matriz de Varianza-covarianza

$$\Gamma = \text{Var}(\hat{\tau}) = (\sigma_{\eta}^{-2} \mathbf{I}_N + \sigma_{\varepsilon}^{-2} \mathbf{K}' \mathbf{K})^{-1}$$

- Su inverso es una matriz de precisión, que es la suma de dos precisiones, $\sigma_{\eta}^{-2} \mathbf{I}_N$ (del modelo para y_t) y $\sigma_{\varepsilon}^{-2} \mathbf{K}' \mathbf{K}$ (de la ecuación que induce suavidad).

- La **proporción de precisión** atribuible a la suavidad, se mide con

$$\Lambda(\sigma_{\varepsilon}^{-2} \mathbf{K}' \mathbf{K}; \Gamma) = \text{tr}[\sigma_{\varepsilon}^{-2} \mathbf{K}' \mathbf{K} (\sigma_{\eta}^{-2} \mathbf{I}_N + \sigma_{\varepsilon}^{-2} \mathbf{K}' \mathbf{K})^{-1}] / N$$

+ Entre otras cosas, toma valores en $(0, 1 - 2/N)$.

- El índice de suavidad que se usa es la proporción de precisión atribuible a suavidad, escrita como $S(\lambda, N)$ o como porcentaje: $S\%$.

Tendencias de series sin desestacionalizar

1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones

- El valor de λ se elige al fijar el porcentaje de suavidad y resolver la ecuación (en función de $S\%$ y N).
- Esto se hace para series **con o sin ajuste estacional**, siempre que la suavidad deseada sea mayor que 65%.

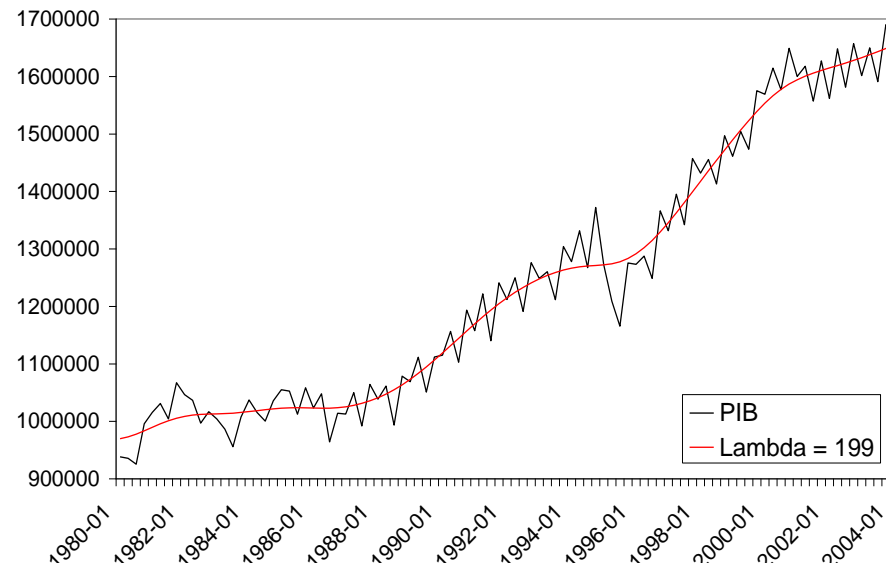
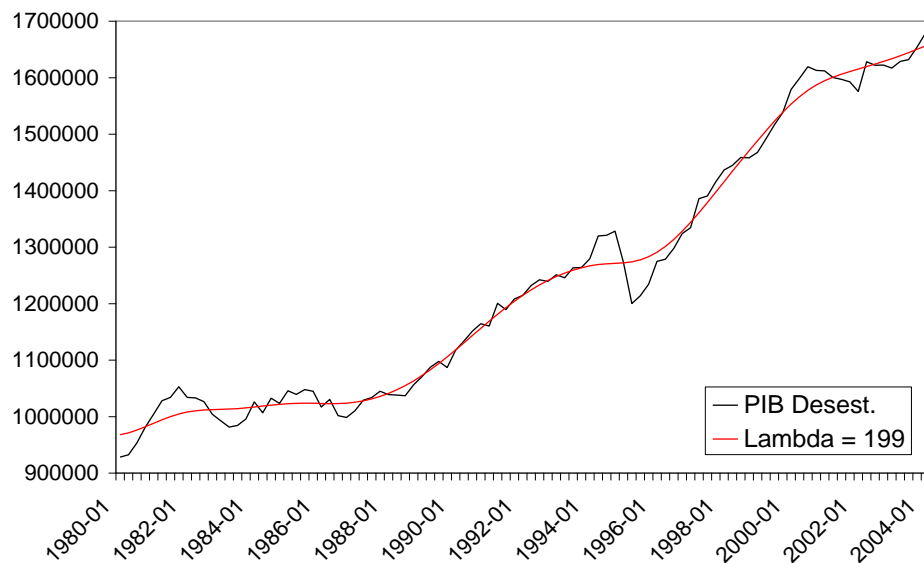
Tendencia del PIB desestacionalizado

Tendencia del PIB sin desestacionalizar

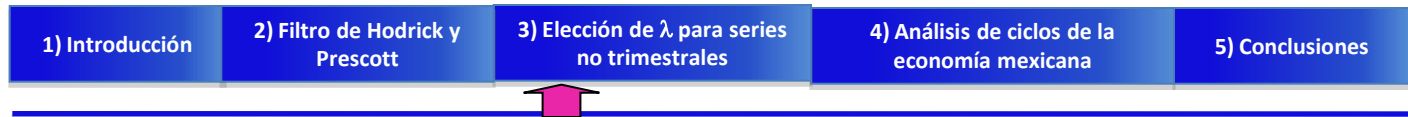
(d)

$S\%=90\%$

(a)



Series agregadas y desagregadas



- Si la frecuencia de observación cambia, aunque el periodo de estudio sea el mismo, cambiará el número de datos. Por ejemplo, en 5 años hay $N=20$ datos trimestrales, o bien “ N ”=60 datos mensuales.
- En general, se ajusta el valor de la constante λ en función de la **frecuencia de observación de la serie respecto al trimestre** (o sea, hay $k = 3$ datos mensuales o $k = 1/4$ datos anuales, en el trimestre).
- + Así, ya que se usa $\lambda = 1,600$ con una serie trimestral, se acostumbra elegir la constante $k^2 \lambda = 14,400$ con una serie mensual.
- Ravn y Uhlig (2002) dedujeron una expresión para pasar de datos desagregados (por ejemplo, mensuales) a datos agregados (por ejemplo trimestrales), que consiste en multiplicar λ por k^4 .
- + Con esto, $\lambda = 1,600$ para una serie trimestral se convierte en 129,600.
- + La diferencia entre 14,400 y 129,600 es demasiado grande y **no se le puede considerar intrascendente**.

Constantes de suavizamiento equivalentes

1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

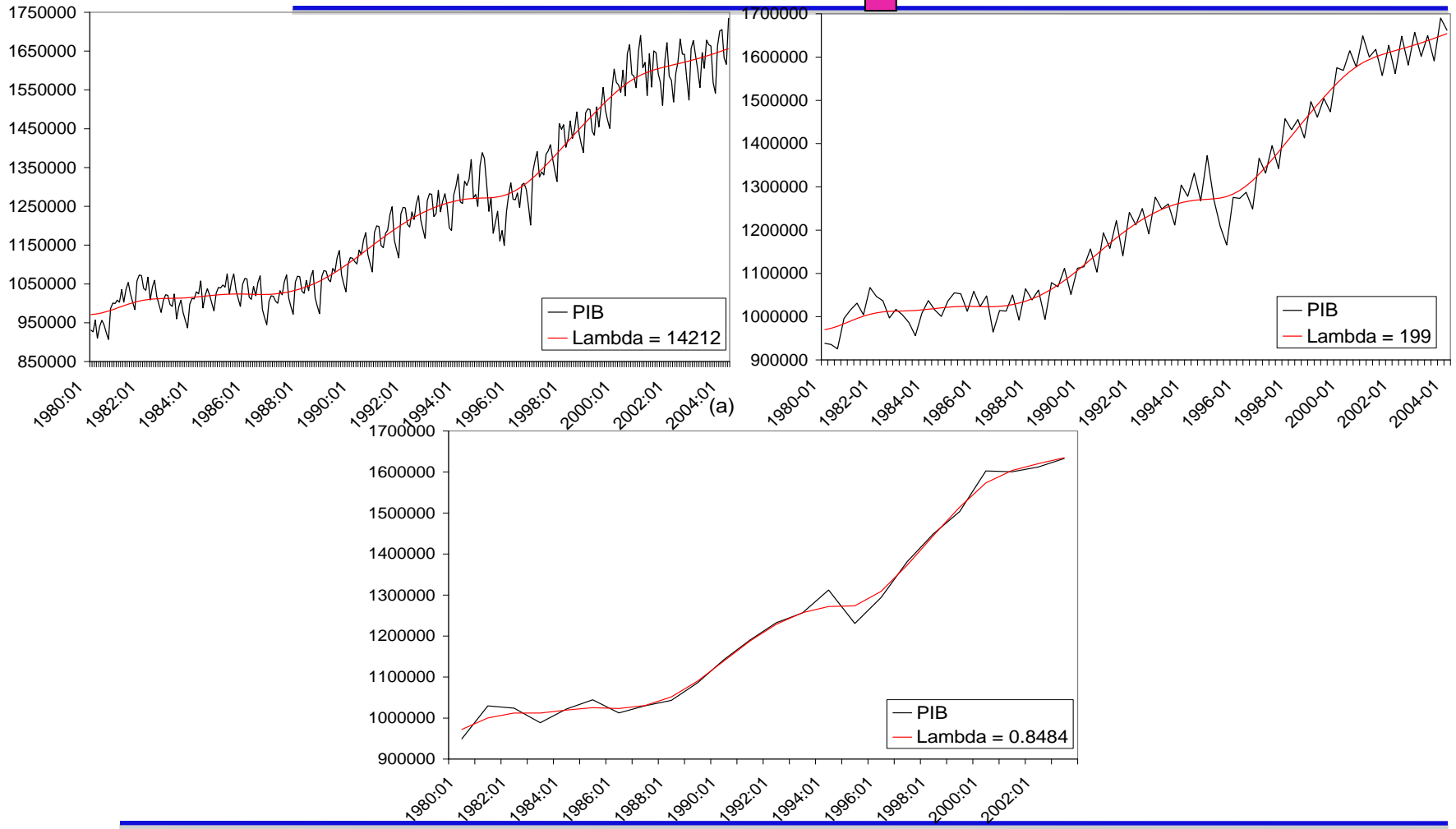
4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones

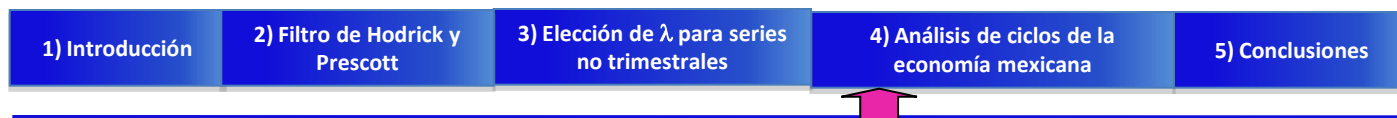
- El filtro HP **no se preserva ante la agregación** (o sea, estimar la tendencia con datos desagregados y después agregarla, no es lo mismo que estimar la tendencia con los datos agregados).
- Por tal motivo en este trabajo se desarrolla una fórmula, basado en los modelos estadísticos subyacentes en el filtro HP, que conduce a obtener la **misma suavidad para las tendencias agregada y desagregada**.
- + La expresión que surge tiene como características:
 - (i) es de fácil cálculo,
 - (ii) combina linealmente la fórmula de Ravn y Uhlig con la expresión tradicional, y
 - (iii) produce los resultados esperados.

Igual comportamiento en la tendencia del PIB mensual, trimestral y anual, con suavidad de 90%

1) Introducción (a)	2) Filtro de Hodrick y Prescott	3) Elección de λ para series no trimestrales	4) Análisis de ciclos de la economía mexicana (a)	5) Conclusiones
---------------------	---------------------------------	--	---	-----------------



Componentes de demanda agregada del PIB



- El estudio que aquí se resume, sigue el **esquema establecido por Hodrick y Prescott (1997)** para realizar análisis de ciclos económicos.
 - Aquí sólo se pretende ilustrar el efecto que produce cambiar la suavidad en la tendencia, sobre un análisis de ciclos típico. Mayor detalle se encuentra en el trabajo de Colín (2008).
 - Las series a utilizar son trimestrales y van de 1950:1 a 2006:4 ($N=228$).
 - La suavidad máxima alcanzable es $1-2/N = 0.99$. Las suavidades elegidas son 90% ($\lambda=177$), 95% ($\lambda=3,610$) y la de $\lambda=1,600$ (94%).
 - Las series en estudio son:
 - + Consumo total: Servicios; Bienes no durables; y Bienes duraderos.
 - + Inversión fija total: Residencial; No residencial; Equipo; y Estructuras.
 - + Gobierno (Agregado): Federal; Estatal; y Local.
- Fuente: Banco de Información Económica (INEGI)

Tendencia del PIB (en logaritmos) y su respectivo ciclo

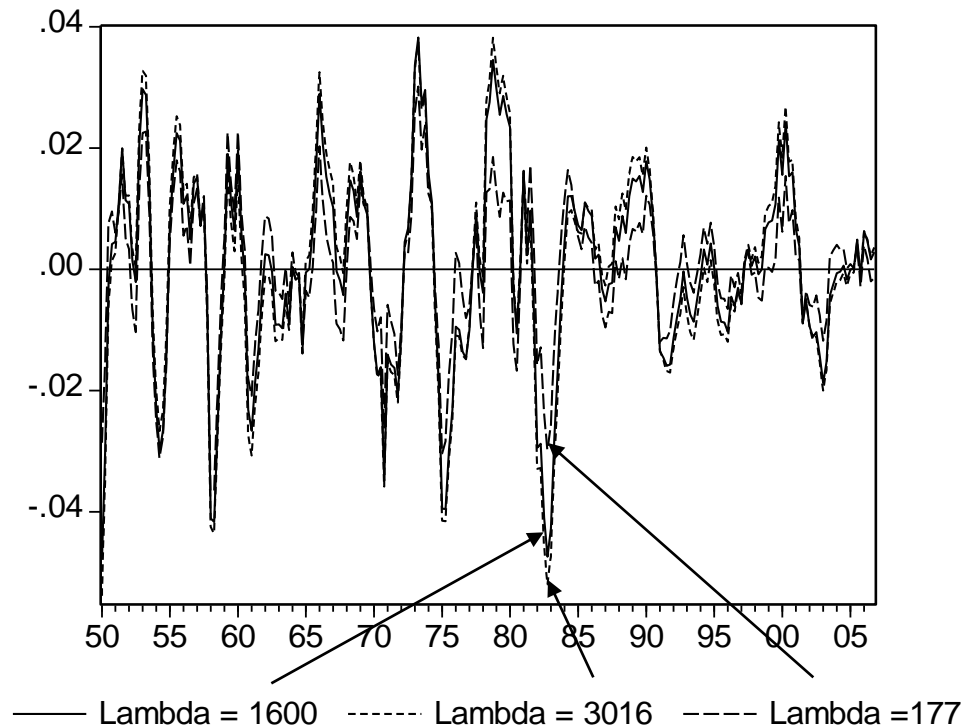
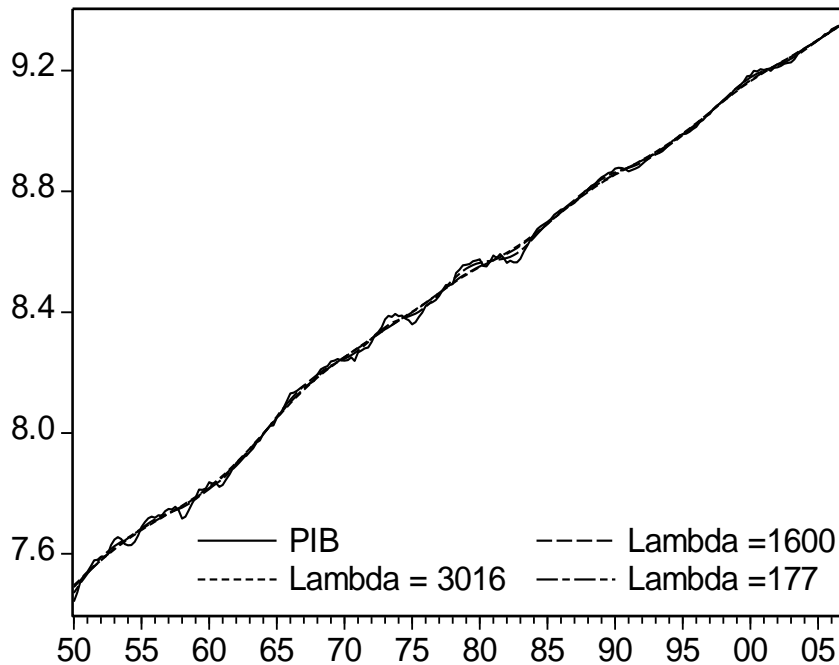
1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones



- Las tendencias con diferentes suavidades son prácticamente indistinguibles.
- Los ciclos presentan más variabilidad al crecer la suavidad de la tendencia.

Resultados típicos del análisis de ciclos

1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones

Desviación estándar y correlación con el PIB.

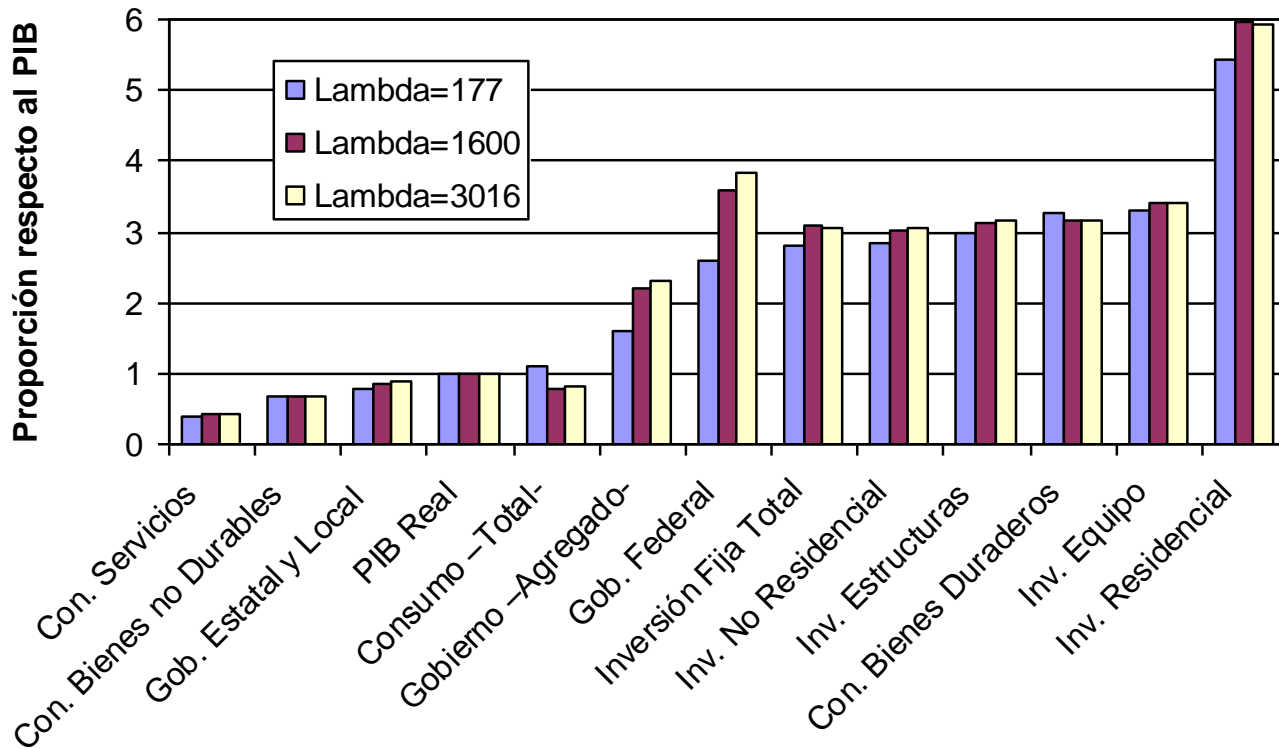
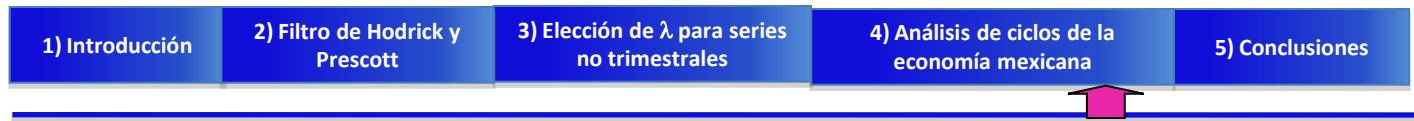
Suavidad de 90% implica: $\lambda=177$ para la serie completa y $\lambda=194$ para la mitad de la serie.

Se construyeron cuadros similares para las otras suavidades.

Al cambiar la suavidad, se dan cambios de signos en las correlaciones, para las variables de gobierno.

Variable	Desviación estándar (%)			Correlación con el PIB		
	Com-pleta	1 ^a . Mitad	2 ^a . Mitad	Com-pleta	1 ^a . Mitad	2 ^a . Mitad
Suavidad de 90%						
PIB Real	1.16	1.40	0.87	---	---	---
Consumo –Total-	1.27	1.43	1.08	0.708	0.724	0.684
Servicios	0.47	0.50	0.44	0.554	0.603	0.485
Bienes no Durables	0.81	1.00	0.55	0.666	0.655	0.702
Bienes Duraderos	3.81	4.79	2.49	0.598	0.724	0.628
Inversión Fija Total	3.28	3.72	2.79	0.829	0.805	0.889
Residencial	6.32	7.17	5.36	0.574	0.544	0.645
No Residencial	3.31	3.63	2.98	0.722	0.722	0.739
Equipo	3.83	4.51	3.02	0.771	0.749	0.827
Estructuras	3.45	2.94	3.90	0.416	0.479	0.405
Gobierno –Agregado-	1.83	2.48	0.75	0.038	0.054	-0.043
Federal	3.01	4.06	1.30	0.055	0.087	-0.093
Estatal y Local	0.90	1.04	0.74	-0.128	-0.218	0.069

Proporciones de desviación estándar de cada una de las variables, respecto a la del PIB



Si cambia la suavidad de la tendencia, **cambia el orden** de las proporciones.

Comentarios finales y recomendaciones

1) Introducción

2) Filtro de Hodrick y Prescott

3) Elección de λ para series no trimestrales

4) Análisis de ciclos de la economía mexicana

5) Conclusiones

- Se debe elegir el nivel de suavidad al inicio del estudio, para poder **comparar resultados**, tal como se hace al estimar parámetros mediante intervalos de confianza.
- Con ello se pueden comparar las tendencias de:
 - (a) dos o más series, aunque **no tengan el mismo número de datos**,
 - (b) series con **distintas frecuencias de observación** (si se usan las constantes de suavizamiento equivalentes).
- Los resultados están sustentados en **técnicas y modelos estadísticos** de relativamente fácil manejo.
- El componente cíclico depende del porcentaje de suavidad de la tendencia. Una diferencia mínima en suavidad (de 94% a 95%) puede afectar **tanto la duración, como la intensidad del ciclo**.
- Al reportar los resultados y las conclusiones de un trabajo que haya empleado el filtro HP, **se debe informar el criterio usado para elegir el parámetro de suavizamiento**.